

Résoudre dans $\mathbf{R}$: $2x^2 + x - 3 = 0$ (par la forme canonique, puis par le discriminant).

Forme Canonique :

$$2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0.$$

$x^2 + \frac{1}{2}x$ est le début du carré parfait $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$ (toujours prendre la moitié $\frac{1}{4}$ du coefficient $\frac{1}{2}$ de x).

$$x^2 + \frac{1}{2}x = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = \left[\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right] - \frac{3}{2} = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{3}{2}.$$

$$\text{L'équation initiale devient : } \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4} - \frac{5}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4} + \frac{5}{4}\right) = 0,$$

$$\text{D'où : } \left(x - \frac{4}{4}\right)\left(x + \frac{6}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)\left(x + \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Leftrightarrow x' = +1 \\ x + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x'' = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

L'équation initiale admet pour solution $S = \{-\frac{3}{2}; +1\}$.

Par Discriminant :

$$2x^2 + x - 3 = 0, \text{ soit } \begin{cases} a = +2 \\ b = +1 \\ c = -3 \end{cases} \text{ et son discriminant } \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(2)(-3) = 1 + 24 = 25 > 0.$$

$$\text{L'équation admet deux racines distinctes } \begin{cases} x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 5}{4} = +\frac{4}{4} = +1 \\ x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 5}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \end{cases}, \text{ soit } S = \{-\frac{3}{2}; +1\}.$$

Remarque :

Le trinôme $2x^2 + x - 3$ vérifie $a + b + c = 2 + 1 + (-3) = 0$, donc admet $x' = +1$ pour racine évidente.

$$\text{Ses racines sont } \begin{cases} x' = +1 \\ x'' = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$