Résoudre dans $\mathbb{R}$: $3x^2 + 6x + 5 = 0$ (par la forme canonique, puis par le discriminant).

Forme Canonique :

$3x^2 + 6x + 5 = 0 \iff x^2 + 2x + \frac{5}{3} = 0$.

$x^2 + 2x$ est le début du carré parfait $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ (toujours prendre la moitié 1 du coefficient 2 de x).

$x^2 + 2x = (x + 1)^2 – 1 \Rightarrow x^2 + 2x + \frac{5}{3} = [(x + 1)^2 – 1] + \frac{5}{3} = (x + 1)^2 – 1 + \frac{5}{3}$.

L'équation initiale devient : $(x + 1)^2 + \frac{8}{3} = 0$.

Comme $(x + 1)^2 + \frac{8}{3}$ est la somme de deux termes positifs, et que $\frac{8}{3}$ est même strictement positif, cette somme ne peut jamais être nulle, quel que soit x réel.

L'équation initiale n'est jamais réalisée, et n'admet aucune solution réelle : $S = \varnothing$.

Par Discriminant :

$3x^2 + 6x + 5 = 0$, soit $\begin{cases} a = +3 \\ b = +6 \\ c = +5 \end{cases}$ et son discriminant $\Delta = b^2 – 4ac = 6^2 – 4(3)(5) = 36 – 60 = -24 < 0$.

$\Delta < 0$: L'équation n'admet aucune racine réelle, soit $S = \varnothing$.