

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-3x^2 + 6x - 3 = 0$ (par la forme canonique, puis par le discriminant).

Forme Canonique :

$$-3x^2 + 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 .$$

$x^2 + 2x$ est non seulement le début du carré parfait $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$, mais on constate que l'équation entière est ce carré parfait.

L'équation initiale devient : $(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = +1$, soit une solution unique $S = \{+1\}$.

On dit aussi que l'on a une *racine double* car $(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 1) = 0$, on retrouve deux fois la racine $+1$, soit $x' = x'' = +1$.

Par Discriminant :

Remarque : On doit toujours avoir pour réflexe de simplifier les équations, donc de remarquer que :

$$-3x^2 + 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = +1 .$$

Utilisons cependant le discriminant Δ :

$$-3x^2 + 6x - 3 = 0 , \text{ soit } \begin{cases} a = -3 \\ b = +6 \\ c = -3 \end{cases} \text{ et son discriminant } \Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4(-3)(-3) = 36 - 36 = 0 .$$

$\Delta = 0$: L'équation admet une racine double $x' = x'' = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{-6} = +1$, soit $S = \{+1\}$.