La suite (u_n) est définie par les relations suivantes :

$u_0 = 1$, $u_1 = 8$ et pour tout entier naturel $n \geq 2$, $u_n = 4(u_{n-1} - u_{n-2})$.

1/ Montrer que la suite (v_n) définie par $u_n = 2^n.v_n$ vérifie, pour tout entier naturel $n \geq 2$, la relation :

$$v_n - v_{n-1} = v_{n-1} - v_{n-2} .$$

En déduire que la suite (v_n) est arithmétique. En préciser la raison et le premier terme.

2/ Déterminer le terme général de la suite (v_n) , puis celui de la suite (u_n) .

3/ Montrer que $\sum_{p=0}^{n} u_p = 4u_{n-1} + 5$.

En déduire, en fonction de n , l'expression de $\sum_{p=0}^{n} u_p$.