

Soit la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , par $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$.

Soit la fonction f définie sur $[-1 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{1 + x}$.

1/ Montrer que f est strictement croissante.

2/ Soit a la solution de l'équation $f(x) = x$. Montrer que, pour tout réel $x \in [1 ; a]$, alors $f(x) \in [1 ; a]$.

3/ En déduire, en raisonnant par récurrence, que pour tout entier n : $1 \leq u_n \leq a$ et $u_n \leq u_{n+1}$.

4/ En déduire que la suite u est convergente, et déterminer sa limite L .