On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et telle que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$.

1-a) Calculer u_1 et u_2 .

b) Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n , $0 < u_n$.

On admet que, pour tout entier naturel n, $u_n < 1$.

c) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

d) Démontrer que la suite (u_n) converge.

2/ Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.

Exprimer, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .

b) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3^n}{3^n+1}$.

Déterminer la limite de la suite (u_n) .