

On considère la suite u définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$: $u_{n+1} = 4u_n - 3u_{n-1}$.

1/ Démontrer que la suite v définie par $v_n = u_n - u_{n-1}$ est géométrique. Déterminer sa raison q et son premier terme v_1 .

2/ En déduire l'écriture de v_n en fonction de n .

3/ Déterminer la valeur de $S = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ en fonction de n .

4/ En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = \frac{3^n - 1}{2}$.