

Soit la fonction f telle que, pour tout x réel, $f(x) = \frac{x^2 - e^{-x}}{x^2 + e^{-x}}$.

1/ Déterminer ses limites aux bornes de son domaine de définition.

Qu'en déduire en termes d'asymptotes ?

2/ Vérifier que $f'(x) = \frac{2x(2+x)e^{-x}}{(x^2 + e^{-x})^2}$, puis dresser son tableau de variation.

3/ Prouver que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α unique, située sur $]0 ; 1[$.

4/ Tracer la courbe représentative de f .