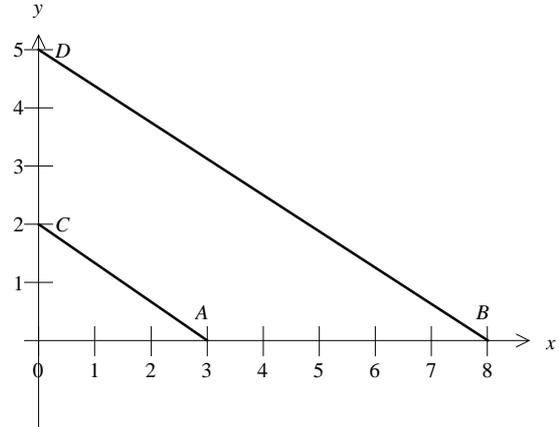


EXERCICES DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

Exercice 1

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points A, B, C et D dont les coordonnées sont lisibles ci-contre.

1. Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?
(On demande une démonstration)
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC) .



Exercice 2

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(0, 0)$, $B(\sqrt{2}, 0)$, $C(\sqrt{2}, 1)$ et $D(0, 1)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
2. Les droites (AC) et (DI) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 3

On donne $A(3 ; 3)$, $B(x ; 3)$ et $C(6 ; x)$.

- 1) Calculer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} soient colinéaires.
- 2) Calculer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} soient orthogonaux.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le triangle OAB rectangle en A .

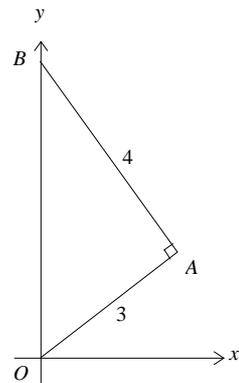
On donne $AB = 4$ et $OA = 3$.

1. Calculer la distance OB et en déduire les coordonnées de B .
2. On pose $A(x ; y)$ avec $x > 0$ et $y > 0$.

En exploitant les résultats suivants :

$$OA = 3 ; \vec{AB} \text{ et } \vec{AO} \text{ orthogonaux}$$

calculer les coordonnées de A .



Exercice 5

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(-3 ; -2)$, $B(5 ; 3)$, $C(13 ; 8)$

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} . Les points A, B et C sont-ils alignés ?
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .

Exercice 6

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points suivants :

$$A(3 ; -1), B(7 ; 4) \text{ et } C(-3 ; 3)$$

1. Faire une figure.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} .
3. Calculer les coordonnées du milieu I de $[BC]$, du milieu J de $[AC]$ et du milieu K de $[AB]$.
4. Calculer les distances AB , AC et BC .
5. Le triangle ABC est-il isocèle ? Si oui, en quel sommet ? (Justifier la réponse)
6. Le triangle ABC est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ? (Justifier la réponse)

Exercice 7

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points $A(3 ; 0)$, $B(1 ; 0)$, $C(0 ; 2)$ et $D(3 ; 3)$.

Les droites (AC) et (BD) sont-elles perpendiculaires ?

(On demande une démonstration)

Exercice 8

On donne $A(3 ; 3)$, $B(x ; 3)$ et $C(6 ; x)$.

- 1) Calculer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} soient colinéaires.
- 2) Calculer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} soient orthogonaux.

Exercice 9

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(5 ; 3)$, $B(8 ; 5)$, $C(13 ; 8)$

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} . Les points A , B et C sont-ils alignés ?
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .

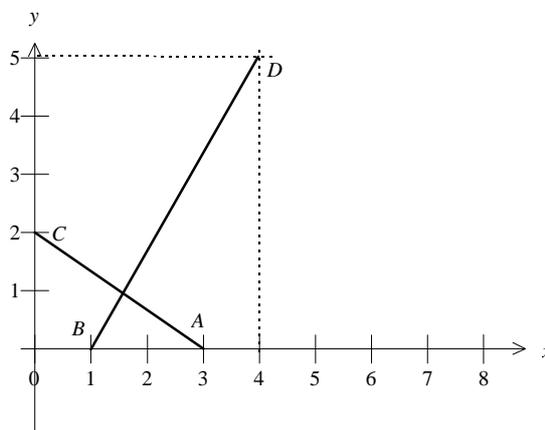
Exercice 10

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A , B , C et

D dont les coordonnées sont lisibles ci-contre.

Les droites (AC) et (BD) sont-elles perpendiculaires ?

(On demande une démonstration)



Exercice 11

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne $A(2 ; 2)$, $B(x ; 3)$ et $C(6 ; x)$.

- 1) Calculer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} soient colinéaires.
- 2) Calculer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} soient orthogonaux.

Exercice 12

Étudier la colinéarité des vecteurs suivants : $\vec{u} \begin{vmatrix} 2 - \sqrt{3} \\ \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{vmatrix}$ et $\vec{v} \begin{vmatrix} \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ 2 + \sqrt{3} \end{vmatrix}$

Exercice 13

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(1 ; 4)$, $B(2 ; 1)$ et $C(6 ; 5)$.

- 1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure que l'on avancera dans l'exercice.
- 2) Déterminer une équation de la droite (AI) où I est le milieu du segment $[BC]$.
- 3) Déterminer une équation de la droite Δ passant par B et parallèle à la droite (AC) .
- 4) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + 3y - 13 = 0 \\ -x + 5y - 3 = 0 \end{cases}$$

Interpréter graphiquement le résultat.

- 5) Montrer que les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC sont $(3 ; \frac{10}{3})$.
- 6) Soit D le point tel que $BGCD$ soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de D .
- 7) Montrer que le point D appartient à la droite (AI) .

Exercice 14 Critère analytique d'orthogonalité

Cet exercice utilise le critère suivant :

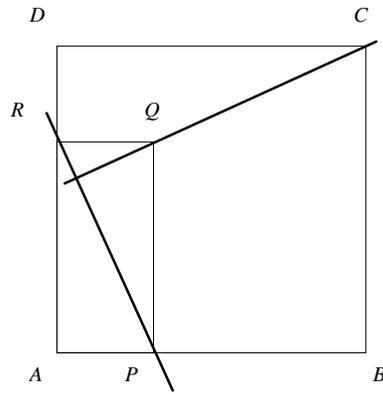
Deux vecteurs $\vec{u}(x, y)$ et $\vec{v}(x', y')$ sont orthogonaux si et seulement si :

$$xx' + yy' = 0$$

Soit un carré $ABCD$. On construit un rectangle $APQR$ tel que :

- P et R sont sur les côtés $[AB]$ et $[AD]$ du carré
- $AP = DR$

Le problème a pour objet de montrer que les droites (CQ) et (PR) sont perpendiculaires.



On considère le repère orthonormé (A, \vec{AB}, \vec{AD}) . On désigne par a l'abscisse du point B et par h celle de P .

1. Déterminer les coordonnées des autres points de la figure.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{PR} et \vec{CQ} .
3. À l'aide du critère analytique d'orthogonalité, montrer que les droites (PR) et (CQ) sont perpendiculaires.