

Résoudre dans \mathbb{R} : $e^{3x+1} + e^{2x+1} = e^{2x+2} + e^{x+2}$.

On sait que $e^{a+b} = e^a \times e^b$, d'où $\begin{cases} e^{3x+1} = e^{2x+1} \times e^x \\ e^{2x+2} = e^{x+2} \times e^x \end{cases}$.

$$e^{3x+1} + e^{2x+1} = e^{2x+2} + e^{x+2} \Leftrightarrow e^{2x+1}(e^x + 1) = e^{x+2}(e^x + 1).$$

On peut simplifier l'équation par $e^x + 1 \neq 0$, soit : $e^{2x+1} = e^{x+2}$.

Par ailleurs (injectivité de $\exp(x)$) : $e^A = e^B \Leftrightarrow A = B$.

$$\text{D'où : } 2x + 1 = x + 2 \Leftrightarrow x = +1.$$

Conclusion : $S = \{+1\}$.