

Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2x+1}$.

Il existe quatre formes indéterminées : $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $0 \times \infty$ et $\infty - \infty$.

L'expression proposée est indéterminée, de forme $\frac{\infty}{\infty}$. On doit se rapprocher de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} \times \frac{2x+1}{x} = \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} \right) \times \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x} \right)$, avec $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x} = 2$ (rapport des plus hauts degrés).

On conclue : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2x+1} = +\infty$.