Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2).e^{-x}$ **.**

Constatons tout d'abord si l'expression est indéterminée : Si $x \to +\infty$ $\begin{cases} 1 - x^2 \to -\infty \\ -x \to -\infty \text{ et } e^{-x} \to 0^+ \end{cases}$.

On est en présence d'une indétermination de type $0 \times \infty$.

Posons $X = -x$, d'où $x = -X$, $x^2 = X^2$ et $X \to -\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2).e^{-x} = \lim\limits_{X \to -\infty} (1 - X^2).e^{X} = (\lim\limits_{X \to -\infty} e^X) - (\lim\limits_{X \to -\infty} X^2 e^X)$.

On sait que $\lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0$ et $\lim\limits_{X \to -\infty} X^{\alpha} e^X$ si $\alpha > 0$, d'où $\lim\limits_{X \to -\infty} X^2 e^X = 0$.

On conclue : $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2).e^{-x} = 0$.