Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\ln(x^2 - 2) = \ln(x)$.

On sait que $\ln(A)$ est défini (calculable) si et seulement si $A > 0$.

En conséquence : $\begin{cases} \ln(x^2 - 2) \text{ défini } \Leftrightarrow x^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) > 0 \\ \ln(x) \text{ défini } \Leftrightarrow x > 0 \end{cases}$.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$x - \sqrt{2}$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x + \sqrt{2}$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x^2 - 2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Il faut donc $x < -\sqrt{2}$ ou $x > \sqrt{2}$, conjointement avec $x > 0$.

On conclue : $D_f =]0 ; \sqrt{2}[$.

On sait que $\ln(A) = \ln(B) \Leftrightarrow A = B$ (*<u>injectivité</u>* du logarithme) .

$\ln(x^2 - 2) = \ln(x) \Leftrightarrow x^2 - 2 = x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$.

Les racines de cette équation sont $x' = -1$ et $x'' = +2$.

Seule $x'' = +2$ appartient au domaine de définition D , d'où : $S = \{+2\}$.