

Résoudre dans \mathbb{R} : $\ln(x) + \ln(x - 2) = \ln(3)$.

On sait que $\ln(A)$ est défini (calculable) si et seulement si $A > 0$.

$$\begin{cases} \ln(x) \text{ impose } x > 0 \\ \ln(x - 2) \text{ impose } x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > +2 \end{cases} , \text{ d'où : } D_f =]+2 ; +\infty[.$$

Utilisons $\ln(A) + \ln(B) = \ln(AB)$.

$$\ln(x) + \ln(x - 2) = \ln(3) \Leftrightarrow \ln[x(x - 2)] = \ln(3) .$$

On sait que $\ln(A) = \ln(B) \Leftrightarrow A = B$ (injectivité du logarithme) .

$$\text{D'où : } \ln[x(x - 2)] = \ln(3) \Leftrightarrow x(x - 2) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 .$$

Les racines sont $x' = -1$ et $x'' = +3$.

Seule la solution $x = +3$ appartient au domaine de définition D , d'où : $S = \{+3\}$.