

Résoudre dans \mathbb{R} : $|-2x^2 + 5x| - 3 = 0$

L'équation équivaut à : $|-2x^2 + 5x| = 3$, soit encore à $(-2x^2 + 5x)^2 = 9$

$(-2x^2 + 5x)^2 - 9 = 0$ est de la forme $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

$$[(-2x^2 + 5x) - 3][(-2x^2 + 5x) + 3] = 0 \Leftrightarrow (-2x^2 + 5x - 3)(-2x^2 + 5x + 3) = 0$$

Pour qu'un produit soit nul, l'un ou l'autre de ses facteurs doit être nul. On cherche donc les racines de chacun des deux trinômes du facteur.

a/ $-2x^2 + 5x - 3 = 0$

Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 > 0$

Ses racines sont $x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 1}{-4} = +1$ et $x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 1}{-4} = +\frac{3}{2}$.

b/ $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 24 = 49 > 0$

Ses racines sont $x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 7}{-4} = -\frac{1}{2}$ et $x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 7}{-4} = +3$

Donc $S = \left\{ -\frac{1}{2}; +1; +\frac{3}{2}; +3 \right\}$.