Résoudre dans ℝ : $\mathbf{3x - 2 \leq \dfrac{2}{x+1}}$.

On ne peut se débarrasser du dénominateur $x + 1$ car on ne connait pas son signe, qui influence le changement de sens ou non de l'inéquation.

Ramenons les termes d'un même coté, puis mettons au même dénominateur :

$$3x - 2 \leq \frac{2}{x+1} \Leftrightarrow 3x - 2 - \frac{2}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(3x-2)(x+1)-2}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + x - 4}{x+1} \leq 0 .$$

Recherchons les racines du numérateur $3x^2 + x - 4$.

On remarque que $a + b + c = 0$, il y a donc une racine évidente $x'' = +1$, l'autre racine étant $x' = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3}$.

On peut bien sûr utiliser $\Delta = b^2 - 4ac = +49$ *, soit deux racines distinctes* $\begin{cases} x' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-7}{6} = -\dfrac{4}{3} \\ x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+7}{6} = +1 \end{cases}$.

Le dénominateur $x + 1$ admet $x = -1$ pour racine.

D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		$-4/3$		-1		$+1$		$+\infty$
$3x^2 + x - 4$		+	0	–	|	–	0	+	
$x + 1$		–	|	–	0	+	|	+	
$\mathbf{\dfrac{3x^2 + 2x - 5}{x - 2}}$		**–**	**0**	**+**	‖	**–**	**0**	**+**	

Donc $S = \left] -\infty ; -\frac{4}{3} \right] \cup \left] -1 ; +1 \right]$.