L'objectif est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^3 + 11x^2 + 17x + 6 \leq 0$

On pose $P(x) = 2x^3 + 11x^2 + 17x + 6$

a/ Vérifier que $x = -2$ est solution de $P(x) = 0$

$P(-2) = 2(-2)^3 + 11(-2)^2 + 17(-2) + 6 = 2(-8) + 11(4) + 17(-2) + 6 = -16 + 44 - 34 + 6 = 0$

b/ Calculer a , b , c réels tels que $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$

$P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b + 2a)x^2 + (c + 2b)x + 2c$

Identifions les polynômes (même coefficient pour un même degré)

$$\begin{cases} a = 2 \\ b + 2a = 11 \\ c + 2b = 17 \\ 2c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 7 \\ c = 3 \end{cases}$$, donc $P(x) = (x + 2)(2x^2 + 7x + 3)$.

c/ Terminer la résolution de l'inéquation.

Cherchons les racines de $2x^2 + 7x + 3 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 24 = 25 > 0$, d'où l'existence de deux racines $\begin{cases} x' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7 - 5}{4} = -3 \\ x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7 + 5}{4} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		-2		-1/2		$+\infty$
$x + 2$		–	|	–	0	+	|	+	
$2x^2 + 7x + 3$		+	0	–	|	–	0	+	
$P(x)$		**–**	**0**	**+**	**0**	**–**	**0**	**+**	

Donc $S =]-\infty ; -3] \cup [-2 ; -\frac{1}{2}]$.