**L'objectif est de résoudre dans ℝ l'inéquation :** $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4 > 0$

**On pose $P(x) = 3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$**

**a/ Vérifier que $x = +1$ et $x = -2$ sont solutions de $P(x) = 0$**

$P(+1) = 3(+1)^3 + 5(+1)^2 - 4(+1) - 4 = 3(1) + 5(1) - 4(1) - 4 = 3 + 5 - 4 - 4 = 0$

$P(-2) = 3(-2)^3 + 5(-2)^2 - 4(-2) - 4 = 3(-8) + 5(+4) - 4(-2) - 4 = -24 + 20 + 8 - 4 = 0$

**b/ Terminer la factorisation de $P(x)$.**

| Si $P(a) = 0$ alors $P(x) = (x - a). Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme de degré inférieur de 1 à celui de $P(x)$ |
|---|

Donc $P(x) = (x - 1)(x + 2)(ax + b) = (x^2 + x - 2)(ax + b) = ax^3 + (b + a)x^2 + (b - 2a)x - 2b$

Identifions les polynômes (même coefficient pour un même degré )

$$\begin{cases} a = 3 \\ b + a = 5 \\ b - 2a = -4 \\ -2b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = +2 \end{cases}, \text{ donc } P(x) = (x - 1)(x + 2)(3x + 2) .$$

**c/ Terminer la résolution de l'inéquation.**

Tableau de signes :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-2/3$ | | $+1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - 1$ | | – | \| | – | \| | – | 0 | + | |
| $x + 2$ | | – | 0 | + | \| | + | \| | + | |
| $3x + 2$ | | – | \| | – | 0 | + | \| | + | |
| **$P(x)$** | | **–** | **0** | **+** | **0** | **–** | **0** | **+** | |

$S = ]-2\,;\, -\frac{2}{3}[ \cup ]+1\,;\, +\infty[$ .