

Résoudre dans \mathbb{R} : $x + 2 < \sqrt{4x + 13}$.

Conditions d'existence : Rien à imposer à $x + 2$ qui peut être négatif comme positif.

Il faut par contre $4x + 13 \geq 0 \Leftrightarrow D = \left[-\frac{13}{4}; +\infty[\right]$.

On ne peut élever au carré, car $x + 2$ peut être négatif, donc avoir un carré supérieur à $4x + 13$.

Séparons la résolution en deux cas, suivant le signe de $x + 2$:

Zone 1: $x < -2$, soit $x + 2 < 0$.

Nous obtenons : $x + 2 < 0 \leq \sqrt{4x + 13}$, inéquation toujours satisfaite.

On conclue que tout $x < -2$ est solution, ce qui donne une première zone solution : $S_1 = \left[-\frac{13}{4}; -2[\right]$.

Zone 2: $x \geq -2$, donc $x + 2 \geq 0$.

Nous obtenons : $0 \leq x + 2 < \sqrt{4x + 13}$, qu'il faut imposer, car ce n'est pas naturellement vrai.

Les deux termes sont positifs, on peut élever au carré en conservant l'ordre :

$(x + 2)^2 < 4x + 13 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 < 4x + 13 \Leftrightarrow x^2 < 9$, d'où $-3 < x < +3$.

La zone 2 impose $x \geq -2$, donc la solution de la seconde zone est : $S_2 = \left[-2; +3[\right]$.

La solution de l'exercice est la réunion des deux zones : $S = S_1 \cup S_2 = \left[-\frac{13}{4}; +3[\right]$.