

Résoudre dans \mathbf{R} : $4x - 37\sqrt{x} + 9 > 0$.

La présence de \sqrt{x} impose $x \geq 0$.

Procédons au changement de variable $X = \sqrt{x}$. L'inéquation devient : $4X^2 - 37X + 9 > 0$

Calcul du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = (37)^2 - 4(4)(9) = 1225 = 35^2$.

$$\text{Les racines sont } \begin{cases} X' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{37 - 35}{8} = \frac{1}{4} \\ X'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{37 + 35}{8} = +9 \end{cases} .$$

Le trinôme $4X^2 - 37X + 9$ est du signe de $a = +4$ à l'extérieur de ses racines,

$$\text{donc : } 4X^2 - 37X + 9 > 0 \Leftrightarrow X < +\frac{1}{4} \text{ ou } X > +9, \text{ soit } \begin{cases} \sqrt{x} < +\frac{1}{4} \Rightarrow 0 \leq x < +\frac{1}{16} \\ \sqrt{x} > +9 \Rightarrow x > +81 \end{cases} .$$

$$S = [0 ; +\frac{1}{16} [\cup] +81 ; +\infty [.$$