

Soit $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan affine.

a) Equation paramétrique puis une équation cartésienne de la droite (D) passant par les points $A(1; 3)$ et $B(-2; 0)$.

$M(x; y) \in (D) \Leftrightarrow (\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AB})$ colinéaires, soit :

$$\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = k(x_B - x_A) \\ y_M - y_A = k(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = -3k \\ y - 3 = -3k \end{cases}, \forall k \in \mathbb{R}.$$

On peut poser $-3k = \mu$, puisque k prend n'importe quelle valeur réelle, et il en est de même pour μ .

D'où une équation paramétrique de (D) $\begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \end{cases}, \forall \mu \in \mathbb{R}.$

Recherchons l'équation cartésienne de (D) à partir de son équation paramétrique : $\begin{cases} x - 1 = -3k \\ y - 3 = -3k \end{cases} \Rightarrow x - 1 = y - 3.$

Une équation cartésienne de (D) est : $D : x - y + 2 = 0.$

b) Equation cartésienne de la perpendiculaire (D') à (D) passant par B .

Deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul :

Si $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow aa' + bb' = 0.$

si (D') est perpendiculaire en B à (D_{AB}) , tout point M de (D') doit vérifier : $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$

$\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$, d'où : $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow aa' + bb' = 0 \Leftrightarrow -3(x + 2) - 3y = 0.$

Une équation cartésienne de (D') est $D' : x + y + 2 = 0.$