

Soit  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan affine.

a) Equation paramétrique puis une équation cartésienne de la droite  $(D)$  passant par les points  $A(1; 3)$  et  $B(-2; 0)$ .

$M(x; y) \in (D) \Leftrightarrow (\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AB})$  colinéaires, soit :

$$\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = k(x_B - x_A) \\ y_M - y_A = k(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = -3k \\ y - 3 = -3k \end{cases}, \forall k \in \mathbb{R}.$$

On peut poser  $-3k = \mu$ , puisque  $k$  prend n'importe quelle valeur réelle, et il en est de même pour  $\mu$ .

D'où une équation paramétrique de  $(D)$   $\begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \end{cases}, \forall \mu \in \mathbb{R}.$

Recherchons l'équation cartésienne de  $(D)$  à partir de son équation paramétrique :  $\begin{cases} x - 1 = -3k \\ y - 3 = -3k \end{cases} \Rightarrow x - 1 = y - 3.$

Une équation cartésienne de  $(D)$  est :  $D : x - y + 2 = 0.$

b) Equation cartésienne de la perpendiculaire  $(D')$  à  $(D)$  passant par  $B$ .

Deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul :

Si  $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} = \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$  :  $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow aa' + bb' = 0.$

si  $(D')$  est perpendiculaire en  $B$  à  $(D_{AB})$ , tout point  $M$  de  $(D')$  doit vérifier :  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$

$\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 \\ y \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ , d'où :  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow aa' + bb' = 0 \Leftrightarrow -3(x + 2) - 3y = 0.$

Une équation cartésienne de  $(D')$  est  $D' : x + y + 2 = 0.$