

Résoudre dans  $\mathbf{R}$  :  $\sqrt{x^2 - 2x} = x + 1$ .

Conditions d'existence :  $\sqrt{A} = B$  impose  $\begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \end{cases}$ .

a)  $x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x(x - 2) \geq 0$ , d'où le tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$x$	-	0	+	+
$x - 2$	-		-	0
$x(x - 2)$	+	<b>0</b>	-	<b>0</b>

La condition  $A \geq 0$  impose  $x \leq 0$  ou  $x \geq 2$ .

b) La condition  $B \geq 0$ , c'est à dire  $x + 1 \geq 0$ , impose pour sa part  $x \geq -1$ .

Le domaine d'existence de l'équation, intersection des deux zones, est  $D = [-1 ; 0] \cup [2 ; +\infty[$ .

Elevons les deux membres de l'équation au carré :

$$\sqrt{x^2 - 2x} = x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x = (x + 1)^2, \text{ soit } x^2 - 2x = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow -4x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}.$$

La solution trouvée vérifie le domaine d'existence  $D$ , donc  $S = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$ .