Soit v une suite géométrique strictement croissante, aux termes strictement négatifs.

1/ Justifier que la raison q de la suite vérifie $0 < q < 1$.

$v_{n+1} = q.v_n$. Les termes de la suite ne devant pas changer de signe, cela impose $q > 0$.

La suite est croissante, donc $v_{n+1} > v_n \Leftrightarrow \dfrac{v_{n+1}}{v_n} < 1$ puisque l'on divise par un nombre négatif.

Ceci confirme $0 < q < 1$.

2/ On suppose que $v_1\, v_3 = \dfrac{4}{25}$ et $v_1 + v_2 + v_3 = -\dfrac{7}{5}$.

Calculer v_1 , v_2 , v_3 et q :

$v_1 = v_2 \,.\, \dfrac{1}{q}$ et $v_3 = v_2 \,.\, q$ font que $v_1\, v_3 = v_2^2 = \dfrac{4}{25}$. On en conclue $v_2 = -\dfrac{2}{5}$ puisque négatif.

En reportant la valeur de v_2 , on obtient le système $\begin{cases} v_1 + v_3 = -1 \\ v_1\, v_3 = \dfrac{4}{25} \end{cases}$.

Deux nombres de somme S et de produit P sont les racines de l'équation $X^2 - SX + P = 0$:

Donc v_1 et v_3 sont les racines de $X^2 + X + \dfrac{4}{25} = 0 \Leftrightarrow 25X^2 + 25X + 4 = 0$.

Ses racines sont $-\dfrac{4}{5}$ et $-\dfrac{1}{5}$.

En respectant la croissance de v , on obtient : $v_1 = -\dfrac{4}{5}$, $v_2 = -\dfrac{2}{5}$, $v_3 = -\dfrac{1}{5}$ et $q = \dfrac{1}{2}$.