

**Soit  $f$  une fonction dérivable en  $x = a$ .**

**Déterminer  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a \cdot f(x) - x \cdot f(a)}{x - a}$ .**

Il faut « travailler » l'expression  $a \cdot f(x) - x \cdot f(a)$  :

$$a \cdot f(x) - x \cdot f(a) = a \cdot [f(x) - f(a)] + a \cdot f(a) - x \cdot f(a) = a \cdot [f(x) - f(a)] - (x - a) \cdot f(a)$$

d'où :

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a \cdot f(x) - x \cdot f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{a [f(x) - f(a)] - (x - a) \cdot f(a)}{x - a} = a \cdot \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} - f(a) = a f'(a) - f(a).$$