Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\ln(3x^2 - x) \leq \ln x + \ln 2$.

Conditions d'existence : $\ln x$ impose $x > 0$ et $\ln(3x^2 - x)$ impose $x(3x - 1) > 0$, soit $3x - 1 > 0$ puisque l'on sait déjà que $x > 0$. Donc $D =]+\frac{1}{3} ; +\infty[$.

$\ln(3x^2 - x) \leq \ln x + \ln 2 \Leftrightarrow \ln(3x^2 - x) \leq \ln(2x)$ puisque $\ln a + \ln b = \ln(ab)$.

La fonction $\ln x$ est *continue , strictement croissante* donc *conserve les ordres* : $\ln a \leq \ln b \Leftrightarrow 0 \leq a \leq b$.

D'où : $3x^2 - x \leq 2x \Leftrightarrow 3x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 3x(x - 1) \leq 0 \Leftrightarrow x - 1 \leq 0$ puisque l'on sait $x > 0$.

Donc, $S =]+\frac{1}{3} ; 1]$.

b) le système $\begin{cases} 3 \ln x - 4 \ln y = -6 \\ \ln(x^2) + \ln y = 7 \end{cases}$.

$\ln x$ impose $x > 0$, $\ln y$ impose $y > 0$ tandis que $\ln(x^2)$ impose $x \neq 0$, d'où $x > 0$, $y > 0$.

$\ln(x^2) = 2 \ln |x| = 2 \ln x$ car $x > 0$.

Le système devient $\begin{cases} 3 \ln x - 4 \ln y = -6 \\ 2 \ln x + \ln y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3X - 4Y = -6 \\ 2X + Y = 7 \end{cases}$ (changement de variable $X = \ln x$ et $Y = \ln y$).

Le couple solution est $(X ; Y) = (2 ; 3)$ soit $\begin{cases} \ln x = 2 \Leftrightarrow x = e^2 \\ \ln y = 3 \Leftrightarrow y = e^3 \end{cases}$.

Donc $S = \{ (x ; y) = (e^2 ; e^3) \}$.