Soit $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^3 - 8}}$.

1/ Préciser son domaine de définition.

$x^3 - 8$ s'annule en $x = 2$, d'où : $x^3 - 8 = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$.

Le développement de ce produit, puis son identification à $x^3 - 8$ donne : $x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$.

Comme $x^2 + 2x + 4$ est de discriminant $\Delta = -12 < 0$, il n'admet pas de racine, et est partout du signe de $a = +1$, donc partout positif.

$f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^3 - 8}}$ est définie si et seulement si $x^3 - 8 > 0$, soit $x - 2 > 0$, d'où : $D_f =]2\,;+\infty[$.

2/ Déterminer la primitive de $f(x)$ qui est nulle en $x = 3$.

On sait que $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$. En conséquence, $(\sqrt{x^3 - 8})' = \dfrac{3x^2}{2\sqrt{x^3 - 8}}$.

On conclue : $F_k(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3 - 8} + k$, pour tout k réel.

Imposons $F_k(3) = 0$: $F_k(3) = \dfrac{2}{3}\sqrt{19} + k = 0 \Rightarrow k = -\dfrac{2\sqrt{19}}{3}$.

La primitive cherchée est : $F(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3 - 8} - \dfrac{2\sqrt{19}}{3} = \dfrac{2}{3}(\sqrt{x^3 - 8} - \sqrt{19})$.