Solution – Equation Irrationnelle – s2237

Résoudre dans IR : $\sqrt{x-2}+\sqrt{2x+3}=3$.

Conditions d'existence $\left\{\begin{array}{l} x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 \\ 2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow D = [\ 2\ ;+\infty\ [$.

On élève les deux membres au carré : $(x-2)+2\sqrt{(x-2)(2x+3)}+(2x+3)=9$

$2\sqrt{(x-2)(2x+3)} = -3x+8$.

Avant de mettre à nouveau au carré, il faut imposer $-3x+8 \geq 0$, puisque le membre de gauche est positif.

$-3x+8 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq +\frac{8}{3}$. Le domaine d'existence devient $D = [\ 2\ ;\frac{8}{3}\ ]$.

On élève les deux membres au carré : $4(x-2)(2x+3) = (3x-8)^2$

$8x^2 - 4x - 24 = 9x^2 - 48x + 64 \Leftrightarrow x^2 - 44x + 88 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 44^2 - 4\times 88 = 44(44-8) = 44\times 36 = 4\times 36\times 11 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\times 6\sqrt{11} = 12\sqrt{11}$.

Les racines sont $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{44+12\sqrt{11}}{2} = 22+6\sqrt{11}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{44-12\sqrt{11}}{2} = 22-6\sqrt{11}$.

$x_1 = 22+6\sqrt{11} \approx 41{,}9$ (non valable)

$x_2 = 22-6\sqrt{11} \approx 2{,}1$ (valable : $2 < x_1 < \frac{8}{3}$). Donc $S = \{\ 22-6\sqrt{11}\ \}$.