

Soit (C) la courbe représentative (on dit aussi Graphe) de la fonction $g : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, définie par :

$$g : x \rightarrow g(x) = \frac{x}{x+1}.$$

1/ Quels sont, parmi les points suivants, ceux qui appartiennent à (C) ?

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right), B(-2; 2), C\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right), D(-0,6; -1,5).$$

Un point $M(x; y)$ appartient à la courbe représentative C_f de la fonction f , si et seulement si son ordonnée y est bien l'image de son abscisse x , par f :

$$M(x; y) \in C_f \Leftrightarrow y = f(x).$$

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) \in (C) \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}. \text{ Or, } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Le point A appartient au graphe de f .

$$B(-2; 2) \in (C) \Leftrightarrow f(-2) = 2. \text{ Or, } f(-2) = \frac{-2}{-2+1} = \frac{-2}{-1} = +2.$$

Le point B appartient au graphe de f .

$$C\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right) \in (C) \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3}. \text{ Or, } f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}+\frac{4}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}.$$

Le point C n'appartient pas au graphe de f .

$$D(-0,6; -1,5) \in (C) \Leftrightarrow f(-0,6) = -1,5. \text{ Or, } f(-0,6) = \frac{-0,6}{-0,6+1} = \frac{-0,6}{0,4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Le point D appartient au graphe de f .

2/ Quelle est l'abscisse du point de (C) d'ordonnée 2 ? d'ordonnée 2.000 ?

$$M(x; 2) \in (C) \Leftrightarrow f(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = 2 \Leftrightarrow x = 2(x+1) \Leftrightarrow x = 2x+2 \Leftrightarrow -x = 2 \Leftrightarrow x = -2.$$

Le point $M(-2; 2)$ appartient au graphe de f .

$$N(x; 2000) \in (C) \Leftrightarrow f(x) = 2000 \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = 2000 \Leftrightarrow x = 2000(x+1) \Leftrightarrow x = 2000x + 20000$$

$$-1999x = 2000 \Leftrightarrow x = -\frac{2000}{1999}.$$

Le point $N\left(-\frac{2000}{1999}; 2000\right)$ appartient au graphe de f .