

On ne connaît d'une fonction f que son tableau de variations :

x	-4		-2		0		4		6
$y = f(x)$	1	\nearrow	4	\searrow	-3	\nearrow	3	\searrow	1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse, ou si le tableau ne permet pas de savoir (On justifiera les réponses).

a) $f(1) < f(3)$. (Vrai)

f est croissante sur $[0 ; 4]$, donc conserve les ordres : $0 < x < 3 \Rightarrow f(0) < f(x) < f(3)$.

En posant $x = 1$, on obtient $f(1) < f(3)$.

b) $f(-1) = 0$. (On ne peut savoir)

On peut seulement affirmer $f(0) < f(-1) < f(-2)$, puisque f est décroissante sur $[-2 ; 0]$.

d'où : $-3 < f(-1) < 4$.

c) $f(-2) \geq f(-1)$. (Vrai)

f est décroissante sur $[-2 ; 0]$, donc inverse les ordres : $-2 < x < 0 \Rightarrow f(-2) > f(x) > f(0)$.

En posant $x = -1$, on obtient $f(-2) > f(-1)$, donc également l'inégalité au sens large.

d) $f(2)$ est positif. (On ne peut savoir)

On peut seulement affirmer $f(0) < f(2) < f(4)$, puisque f est croissante sur $[0 ; 4]$.

d'où : $-3 < f(2) < 3$.

e) $f(-3) < 4$. (Vrai)

f est croissante sur $[-4 ; -2]$, donc conserve les ordres : $-4 < x < -2 \Rightarrow f(-4) < f(x) < f(-2)$.

En posant $x = -3$, on obtient $f(-3) < f(-2)$, soit $f(-3) < 4$.

f) $x \in [4 ; 6] \Rightarrow f(x) \geq 0$. (Vrai)

f est décroissante sur $[4 ; 6]$, donc inverse les ordres : $-2 < x < 0 \Rightarrow f(4) > f(x) > f(6)$.

Comme $f(6) = +1$, positif, on peut affirmer $f(x) > 0$ si $x \in [4 ; 6]$.

g) $f(0,1) \leq 0$. (On ne peut savoir)

Bien que $f(0) = -3$ et que $x = 0,1$ soit très proche de 0, on ne peut être certain que la croissance de f ne soit pas très rapide, au point que $f(0,1)$ soit positif.

h) Le minimum de f sur $[-4 ; 6]$ est -1 . (Faux)

Le minimum est obtenu en $x = 0$, et tel que $y = f(0) = -3$.