On considère la fonction f définie par $f(x) = (x + 3)^2 – 25$, pour tout x réel.

1/ Vérifier que $f(x)$ peut aussi s'écrire sous deux autres formes :

a) $f(x) = x^2 + 6x – 16$.

$f(x) = (x + 3)^2 – 25 = (x^2 + 6x + 9) – 25 = x^2 + 6x – 16$.

b) $f(x) = (x – 2)(x + 8)$.

$f(x) = (x + 3)^2 – 25 = A^2 – B^2 = (A – B)(A + B) = [(x + 3) – 5][(x + 3) + 5] = (x – 2)(x + 8)$.

2/ Répondre aux questions suivantes, en choisissant à chaque fois la forme la mieux adaptée.

a) Calculer $f(0)$.

On utilise $f(x) = x^2 + 6x – 16$, puisque $x = 0$ fait que $x^2 + 6x = 0$, d'où : $f(0) = -16$.

b) Calculer l'image de -3 par f .

On utilise $f(x) = (x + 3)^2 – 25$, puisque $x = -3$ annule l'expression $(x + 3)^2$, d'où : $f(-3) = -25$.

c) calculer $f(2)$.

On utilise $f(x) = (x – 2)(x + 8)$, puisque $x = 2$ annule le facteur $x – 2$, d'où : $f(2) = 0$.

d) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

On utilise $f(x) = (x – 2)(x + 8)$, un produit étant nul si et seulement si l'un ou l'autre de ses facteurs est nul :

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x – 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \\ x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -8 \end{array} \right\}$, d'où : $S = \{-8 ; 2\}$.

e) Résoudre l'équation $f(x) = -16$.

On utilise $f(x) = x^2 + 6x – 16$, d'où : $f(x) = -16 \Leftrightarrow x^2 + 6x – 16 = -16 \Leftrightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x + 6) = 0$.

$x(x + 6) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} x = 0 \\ x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6 \end{array} \right\}$, d'où : $S = \{-6 ; 0\}$.

f) Résoudre l'équation $f(x) = 11$.

On utilise $f(x) = (x + 3)^2 – 25$, d'où : $f(x) = 11 \Leftrightarrow (x + 3)^2 – 25 = 11 \Leftrightarrow (x + 3)^2 – 36 = 0$, forme $A^2 – B^2$.

$(x + 3)^2 – 36 = 0 \Leftrightarrow [(x + 3) – 6][(x + 3) + 6] = 0 \Leftrightarrow (x – 3)(x + 9) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x – 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \\ x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = -9 \end{array} \right.$.

D'où : $S = \{-9 ; 3\}$.