Soit $\Delta = b^2 - 4ac$ le discriminant.

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow \text{ Aucune factorisation n'est possible.} \\ \Delta = 0 \Rightarrow \text{ 1 racine double } x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a} \text{ et } f(x) = a(x - x_1)^2 . \\ \Delta > 0 \Rightarrow \text{ 2 racines distinctes } x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) . \end{cases}$$

a) Factoriser $f(x) = 2x^2 + x - 6$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(2)(-6) = 1 + 48 = 49 > 0$

Les racines sont : $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 + \sqrt{49}}{4} = \dfrac{-1 + 7}{4} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 - \sqrt{49}}{4} = \dfrac{-1 - 7}{4} = \dfrac{-8}{4} = -2 \end{cases}$.

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 2(x - \dfrac{3}{2})(x + 2) = (2x - 3)(x + 2) = (x - \dfrac{3}{2})(2x + 4)$.

Le polynôme initial ne comportant pas de fraction, le meilleur choix est : $f(x) = (2x - 3)(x + 2)$.

b) Factoriser $g(x) = 4x^2 + 12x + 9$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0$.

Le trinôme présente une racine double : $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{12}{8} = -\dfrac{3}{2}$.

$f(x) = a(x - x_1)^2 = 4(x + \dfrac{3}{2})^2 = [2(x + \dfrac{3}{2})]^2 = (2x + 3)^2$.

c) Factoriser $h(x) = -x^2 + 3x - 7$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(-1)(-7) = 9 - 28 = -19 < 0$.

Le trinôme $h(x)$ n'admet pas de factorisation en produit de deux binômes du premier degré.