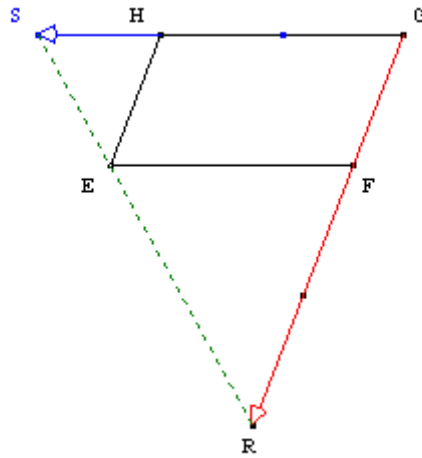


On considère un parallélogramme $EFGH$.

Construire les points R et S définis par : $\overrightarrow{GR} = 3\overrightarrow{GF}$ et $\overrightarrow{HS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.



1/ Montrer que $\overrightarrow{ES} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{EH}$.

$$\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HS} = \overrightarrow{EH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}, \text{ or } \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FE} = -\overrightarrow{EF}.$$

$$\text{On conclue : } \overrightarrow{ES} = \overrightarrow{EH} - \frac{1}{2}\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}.$$

$$\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FR}, \text{ or } \overrightarrow{FR} = \overrightarrow{GR} - \overrightarrow{GF} = 3\overrightarrow{GF} - \overrightarrow{GF} = 2\overrightarrow{GF}.$$

$$\text{On conclue : } \overrightarrow{ER} = \overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{EH}.$$

2/ En déduire les coordonnées des points R et S dans le repère $(E; \overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EH})$.

$$\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{EH} = 1\overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{EH} \Rightarrow R(1; -2) \text{ dans le repère } (E; \overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EH}).$$

$$\overrightarrow{ES} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + 1\overrightarrow{EH} \Rightarrow S(-\frac{1}{2}; 1) \text{ dans le repère } (E; \overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EH}).$$

3/ Montrer que la droite (RS) passe par le point E .

$$\overrightarrow{ES} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} \text{ et } \overrightarrow{ER} = \overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{EH} = -2(-\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}) \Rightarrow \overrightarrow{ER} = -2\overrightarrow{ES}.$$

Ces vecteurs sont colinéaires, et possèdent une même origine E .

Les points R, E et S sont bien alignés.