Déterminer la limite de f en α :

1/ $f(x) = 2 \ln (x - 3) + x$ pour $\alpha = +\infty$.

Si $x \to +\infty$, alors $x - 3 \to +\infty$, d'où $\ln (x - 3) \to +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ est alors de forme $+\infty + \infty$, donc : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

2/ $f(x) = 2 \ln (x - 3) + x$ pour $\alpha = 3$.

Remarque : $\ln A$ n'est calculable que pour $A > 0$, ce qui impose ici $x - 3 > 0$, soit : $x > 3$.

Ceci impose que x tende vers 3 *par valeurs positives*.

$\lim\limits_{x \to 3^+} \ln (x - 3) = \lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$, donc $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$.

3/ $f(x) = x \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)$ pour $\alpha = +\infty$.

Constatons tout d'abord l'indétermination : Si $x \to +\infty$, alors $\dfrac{1}{x} \to 0$ et $1 + \dfrac{1}{x} \to 1$.

En conséquence : $\ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right) \to 0$ et $x \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)$ est indéterminé, de forme $0 \times \infty$.

$$x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) = \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} .$$

On pose $h = \dfrac{1}{x}$, avec $h \to 0$ lorsque $x \to +\infty$.