Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x - 3x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x - 3x)$ est une forme indéterminée $\infty - \infty$.

On sait : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$.

D'où : $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x - 3x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\left(\dfrac{e^x}{x} - 3\right)$ avec $\left\{\begin{array}{c} \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{e^x}{x} - 3\right) = +\infty \end{array}\right\}$, d'où : $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x - 3x) = +\infty$.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x - 5}{e^x + 2}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x - 5}{e^x + 2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x(1 - 5e^{-x})}{e^x(1 + 2e^{-x})} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 - 5e^{-x}}{1 + 2e^{-x}} = 1$ puisque $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{e^x} = 0$.

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} (x + 2)e^{-1/x}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (x + 2) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} -\dfrac{1}{x} = 0^+$, d'où $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{-1/x} = e^0 = 1$ par continuité de la fonction exponentielle.

En conséquence, le produit a pour limite : $\lim\limits_{x \to -\infty} (x + 2)e^{-1/x} = -\infty$.