**Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :**

**a) $2 \ln x = \ln 9$**

Domaine de définition : $\ln x$ est défini si et seulement si $x > 0$ , soit $D = ]0 ; +\infty[$ .

$2 \ln x = \ln 9 \Rightarrow \ln (x^2) = \ln 9$ puisque $n \ln a = \ln (a^n)$ , pour tout entier naturel $n$ .

Par ailleurs : $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$ , car la fonction logarithme est continue, strictement monotone.

D'où : $x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = +3 \\ x = -3 \end{cases}$ . Seule la solution $x = +3$ est recevable, soit $S = \{+3\}$ .

**b) $\ln (4x^2) = 0$**

*Domaine* : $4x^2 > 0$ impose uniquement $x \neq 0$ , soit $D = \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ .

On ne répètera pas les propriétés utilisées au a) .

$\ln (4x^2) = 0 \Leftrightarrow \ln (4x^2) = \ln 1 \Leftrightarrow 4x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = +\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ . Soit $S = \{ +\frac{1}{2} \}$ .

**c) $\ln (2x^2 + x) = 0$**

*Domaine* : $2x^2 + x > 0 \Leftrightarrow x(2x + 1) > 0$ .

| $x$ | $-\infty$ | | $-1/2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $2x + 1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | |
| $P$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

D'où : $D = ]-\infty ; -\frac{1}{2} [ \cup ]0 ; +\infty[$ .

$\ln (2x^2 + x) = 0 \Leftrightarrow \ln (2x^2 + x) = \ln 1 \Rightarrow 2x^2 + x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$ .

$a - b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = -1 \\ x'' = -\frac{c}{a} = +\frac{1}{2} \end{cases}$ . Les deux racines sont valables. $S = \{ -1 ; +\frac{1}{2} \}$ .

**d) $\ln (x + 2) = 2 \ln x$**

*Domaine* : $\begin{Bmatrix} x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2 \\ x > 0 \end{Bmatrix}$ soit $x > 0$ . D'où $D = ]0 ; +\infty[$ .

$\ln (x + 2) = 2 \ln x \Rightarrow \ln (x + 2) = \ln (x^2)$ , soit $x + 2 = x^2$ .

$x^2 - x - 2 = 0$ vérifie $a + b + c = 0$ , d'où $\begin{cases} x' = +1 \\ x'' = \frac{c}{a} = -2 \end{cases}$ . Seule $x = +1$ est valable, soit $S = \{+1\}$ .