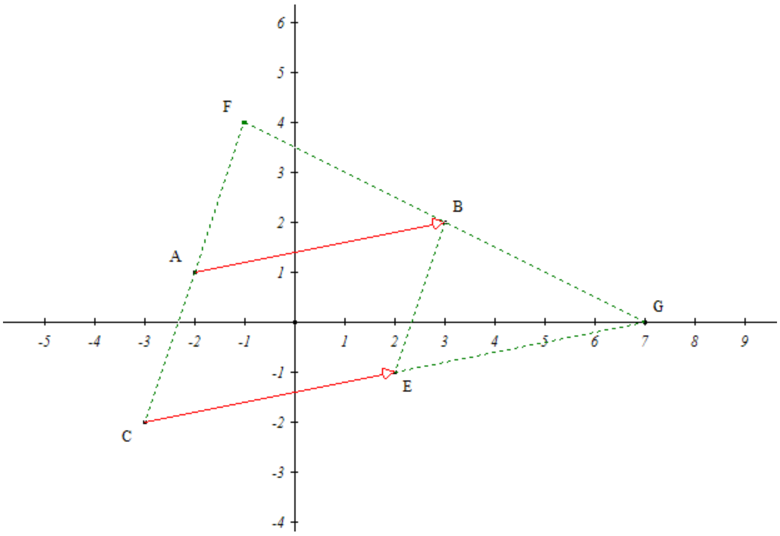
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité de longueur est le centimètre.

1/ Placer les points $A(-2\ ;\ 1)$, $B(3\ ;\ 2)$, $C(-3\ ;\ -2)$ et $G(7\ ;\ 0)$.



2-a) Placer le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$. Voir la figure ci-dessus.

En déduire la nature du quadrilatère $ABEC$.

Le quadrilatère $ABEC$ admet deux côtés opposés , $[AB]$ et $[CE]$, à la fois *parallèles et égaux* ($\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$).

$ABCE$ est donc un parallélogramme.

b) Donner par lecture graphique les coordonnées du point E .

Les coordonnées de E sont $(2\ ;\ -1)$.

Vérification par le calcul : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (x_E - x_C\ ;\ y_E - y_C) = (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$,

D'où : $(x_E - (-3)\ ;\ y_E - (-2)) = (3 - (-2)\ ;\ 2 - 1) \Leftrightarrow (x_E + 3\ ;\ y_E + 2) = (5\ ;\ 1)$.

$x_E + 3 = 5 \Leftrightarrow x_E = +2$ et $y_E + 2 = 1 \Leftrightarrow y_E = -1$. On retrouve bien $E(2\ ;\ -1)$.

3/ Calculer la valeur exacte de la longueur AB .

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{[3 - (-2)]^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$ cm.

4/ Placer le point $F(-1\ ;\ 4)$ et démontrer que F est le symétrique de C par rapport à A .

Montrons que A est le milieu du segment $[FC]$. Il faut pour cela que $x_A = \dfrac{x_F + x_C}{2}$ et $y_A = \dfrac{y_F + y_C}{2}$.

Or : $\dfrac{x_F + x_C}{2} = \dfrac{(-1) + (-3)}{2} = -\dfrac{4}{2} = -2 = x_A$ et $\dfrac{y_F + y_C}{2} = \dfrac{4 + (-2)}{2} = \dfrac{2}{2} = +1 = y_A$, donc A est milieu de $[FC]$.

5/ Démontrer que B est le milieu du segment $[FG]$ et en déduire, sans aucun calcul, la longueur CG .

De même : $\dfrac{x_F + x_G}{2} = \dfrac{(-1) + 7}{2} = \dfrac{6}{2} = +3 = x_B$ et $\dfrac{y_F + y_G}{2} = \dfrac{4 + 0}{2} = +2 = y_B$, donc B est milieu de $[FG]$.

La *droite des milieux* $[AB]$ est *parallèle et égale à la moitié* de $[CG]$. D'où : $CG = 2AB = 2\sqrt{26}$ cm.