

Résoudre dans \mathbb{R} : $\ln(-x-4) - \ln(x+6) = 0$.

a) *Domaine de définition* : $\ln A$ est défini si et seulement si $A > 0$.

L'équation impose à ses solutions de vérifier :
$$\begin{cases} -x-4 > 0 \Leftrightarrow -x > 4 \Leftrightarrow x < -4 \\ \text{et} \\ x+6 > 0 \Leftrightarrow x > -6 \end{cases} .$$

On conclue que les solutions doivent vérifier $x \in]-6 ; -4[$.

b) *On sa ramène à* : $\ln A = \ln B$.

$\ln(-x-4) - \ln(x+6) = 0 \Leftrightarrow \ln(-x-4) = \ln(x+6)$.

La fonction « \ln » est continue et strictement croissante.

En conséquence : $\ln A = \ln B \Leftrightarrow A = B$.

D'où : $-x-4 = x+6 \Leftrightarrow -2x = 10$, soit $x = -5$.

La solution vérifie la condition imposée par le domaine de définition, d'où : $S = \{-5\}$.