Déterminer sur quels intervalles les fonctions suivantes sont dérivables et calculer leur dérivées :

a) $\boldsymbol{f(x) = 2x^2 - (x^2 + 1) \ln (x^2 + 1)}$

Pour les raisons précédentes f est définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = 4x - [2x \ln (x^2 + 1) + (x^2 + 1).\dfrac{2x}{x^2 + 1}\ ] = 2x - 2x \ln (x^2 + 1) = 2x(1 - \ln (x^2 + 1))$.

b) $\boldsymbol{f(x) = \ln (\sqrt{1 + x} - 1)}$

$f(x)$ est définie si $1 + x \geq 0$, $\sqrt{1 + x} - 1 > 0$ et dérivable si $1 + x > 0$.

$1 + x > 0 \iff x > -1$ et $\sqrt{1 + x} - 1 > 0 \iff \sqrt{1 + x} > 1$, soit $1 + x > 1$, ce qui impose $x > 0$.

f est définie, continue et dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ et $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ d'où : $f'(x) = \dfrac{(\sqrt{1 + x} - 1)'}{\sqrt{1 + x} - 1} = \dfrac{\dfrac{1}{2\sqrt{1 + x}}}{\sqrt{1 + x} - 1} = \dfrac{1}{2\sqrt{1 + x}(\sqrt{1 + x} - 1)}$.