a) Résoudre l'équation : ln (x) + ln (x – 3) – ln 4 = 0 .

Domaine de définition : ln (A) est défini si et seulement si $A > 0$.

Il faut donc $\left\{ \begin{array}{c} x > 0 \\ x - 3 > 0 \iff x > 3 \end{array} \right\}$, soit $D =]3 \, ; +\infty[$.

Résolution : On sait que $\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$.

donc : $\ln(x) + \ln(x - 3) = \ln 4 \iff \ln[x(x - 3)] = \ln 4$.

On sait que : $\ln(a) = \ln(b) \iff a = b$.

D'où : $x(x - 3) = 4 \iff x^2 - 3x - 4 = 0$, de racines $x = -1$ et $x = +4$.

Seule $x = +4$ satisfait le domaine de définition, d'où : $S = \{+4\}$.

b) Résoudre l'équation : ln ($2x^2 + x$) = 0 .

Domaine de définition : ln (A) est défini si et seulement si $A > 0$.

Il faut donc $2x^2 + x > 0$, soit $x(2x + 1) > 0$ de racines $x = 0$ et $x = -\frac{1}{2}$.

x	$-\infty$		$-1/2$		0		$+\infty$
$2x^2 + x$		+	0	–	0	+	

D'où : $D =]-\infty \, ; -\frac{1}{2}[\cup]0 \, ; +\infty[$.

Résolution : On sait que : $\ln a = 0 \iff a = 1$.

L'équation équivaut à : $\ln(2x^2 + x) = \ln 1$.

On sait également que : $\ln(a) = \ln(b) \iff a = b$.

D'où : $2x^2 + x = 1 \iff 2x^2 + x - 1 = 0$, de racines $x = -1$ et $x = +\frac{1}{2}$.

Les deux racines satisfont le domaine de définition, d'où : $S = \{ -1 \, ; +\frac{1}{2} \}$.