

Déterminer le domaine de définition de $f : x \rightarrow f(x) = \frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$.

La fonction *exponentielle népérienne* est définie, continue et dérivable sur \mathbb{R} , ce qui signifie que :

$\exp(a) = e^a$ est défini (calculable), sous réserve que a soit bien un nombre réel, donc existe.

Aucune contrainte d'existence n'existe donc, tant pour le numérateur que pour le dénominateur, qui sont tous deux définis sur \mathbb{R} .

Il faut enfin que la fraction $\frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$ soit définie, donc calculable, ce qui impose $e^{-x} + 1 \neq 0$.

On sait que la fonction exponentielle népérienne est partout strictement positive, d'où :

$e^{-x} > 0 \Leftrightarrow e^{-x} + 1 > 0$. Le dénominateur n'est jamais nul.

Conclusion : $f(x) = \frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$ est calculable pour tout x réel, donc $D_f = \mathbb{R}$.