Soit la famille de droites D_m : $(m-1)x + (-2m+2)y = m$, où m est un réel quelconque.

1/ Etudier le cas où $m = +1$. D_1 est-elle une droite affine ?

D_1 : $0x + 0y = 1$ équivaut à $0 = 1$.

Aucun point $M(x\,;\,y)$ ne peut vérifier cette égalité, donc $D_1 = \varnothing$.

2/ Montrer que toutes les droites D_m de la famille, sont parallèles entre elles.

$\overrightarrow{u_m}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m-2 \\ m-1 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de D_m (sauf si $m = +1$).

$\overrightarrow{u_m}\begin{pmatrix} 2(m-1) \\ m-1 \end{pmatrix} = (m-1)\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = (m-1)\overrightarrow{v}$, avec $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$.

Toutes les droites D_m $(m \neq +1)$ ont même vecteur directeur $\overrightarrow{v}$, donc sont parallèles.

En simplifiant par $m-1$, on obtient : D_m : $x - 2y = \dfrac{m}{m-1}$.

L'équation réduite de D_m est : $y = \dfrac{x}{2} + \dfrac{m}{2(m-1)}$.

3-a) Déterminer m réel pour que D_m passe par le point $A(2\,;\,1)$.

$A(2\,;\,1) \in D_m \Leftrightarrow (m-1)(2) + (-2m+2)(1) = m$.

$2(m-1) + (-2m+2) = m \Leftrightarrow 0 = m$.

Seule D_0 : $-x + 2y = 0$ ou $y = \dfrac{x}{2}$ passe par $A(2\,;\,1)$, ainsi que par l'origine du repère.

b) D'autres droites D_m peuvent-elles passer par A .

On vient de voir que D_0 était unique, ce qui est confirmé par le fait que les droites D_m sont strictement parallèles entre elles.

Aucune autre D_m que D_0 ne peut passer par $A(2\,;\,1)$.