Soit la famille de droites D_m : $(m-1)x + (m+2)y = m+1$, où m est un réel quelconque.

1/ Vérifier que D_0 et D_1 sont concourantes, puis déterminer leur point d'intersection A .

$\begin{cases} D_0 : -x + 2y = 1 \\ D_1 : 3y = 2 \end{cases}$. Si $A(x\,;y)$ est commun à D_0 et D_1 , il vérifie leurs équations :

$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 1 \\ y = +\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = +\frac{1}{3} \\ y = +\frac{2}{3} \end{cases}$, soit $A\left(+\frac{1}{3}, +\frac{2}{3}\right)$.

2/ Vérifier que A appartient à toutes les droites D_m de la famille.

$A\left(+\frac{1}{3}, +\frac{2}{3}\right) \in D_m \Leftrightarrow (m-1)\left(\frac{1}{3}\right) + (m+2)\left(\frac{2}{3}\right) = m + 1$

$(m-1) + 2(m+2) = 3(m+1) \Leftrightarrow 3m + 3 = 3m + 3$.

Cette égalité est bien vérifiée pour tout m réel .

Toutes les droites D_m passent par le point commun $A\left(+\frac{1}{3}, +\frac{2}{3}\right)$.

Remarque : Méthode par identification.

On cherche $A(x\,;y)$ qui appartienne à toutes les droites D_m , pour tout m réel.

$A(x\,;y) \in D_m \Leftrightarrow (m-1)x + (m+2)y = m + 1$, pour tout m réel.

On regroupe avec m pour variable :

$(m-1)x + (m+2)y = m + 1 \Leftrightarrow mx - x + my + 2y = m + 1 \Leftrightarrow mx - x + my + 2y - m - 1 = 0$,

$(x + y - 1)m + (-x + 2y - 1) = 0$, pour tout m réel.

Un polynôme $Am + B$ est identiquement nul (nul pour tout m réel) si et seulement si $A = B = 0$.

D'où : $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ -x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$, de solution unique $\begin{cases} x = +\frac{1}{3} \\ y = +\frac{2}{3} \end{cases}$, soit le point $A\left(+\frac{1}{3}, +\frac{2}{3}\right)$.