**Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante, d'inconnue $x$ : $(x^2 + x + 2)^2 - 4(x^2 + x + 2) - 21 = 0$ .**

On procède au changement de variable $X = x^2 + x + 2$ .

L'équation devient : $X^2 - 4X - 21 = 0$ .

On peut affirmer, puisque $a$ et $c$ sont de signes opposés, que l'équation admet deux racines distinctes.

Pour éviter de calculer par $\Delta$ , on peut tenter de trouver les racines de tête, à l'aide de $\begin{cases} S = X_1 + X_2 = -\dfrac{b}{a} \\ P = X_1 \times X_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$ .

$S = +4$ et $P = -21$ , donc les racines sont $+7$ et $-3$ .

En reprenant le changement de variable initial, deux cas se présentent :

<u>1$^{er}$ cas</u> : $X = 7 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 7 \Leftrightarrow x^2 + x - 5 = 0$ .

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(-5) = 21$ , soit $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$ .

<u>2$^{ème}$ cas</u> : $X = -3 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = -3 \Leftrightarrow x^2 + x + 5 = 0$ .

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(5) = -19 < 0$ . Le 2$^{ème}$ cas n'apporte pas de nouvelle solution $x$ .

<u>Conclusion</u> : $S = \{ \dfrac{-1 - \sqrt{21}}{2} ; \dfrac{-1 + \sqrt{21}}{2} \}$ .