Soit dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, un point $A(1 ; 2)$ et le vecteur $\vec{u}(1 ; -1)$.

a) Donner une équation cartésienne de la droite D passant par A, de vecteur directeur $\vec{u}$.

<u>1ère méthode</u> :

On sait que la droite $ax + by + c = 0$ admet $\vec{u}(-b ; a)$ pour vecteur directeur.

Pour $\vec{u}(1 ; -1)$, on a $\begin{cases} -b = 1 \\ a = -1 \end{cases}$, soit $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$, ce qui correspond à une droite $D : -x - y + c = 0$.

Imposons $A(1 ; 2) \in D$, soit $-1 - 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = +3$.

On déduit : $D : -x - y + 3 = 0$ ou $D : x + y - 3 = 0$, équation vérifiée par tous les points de cette droite.

<u>2ème méthode</u> :

Deux vecteurs $\vec{u}(a ; b)$ et $\vec{v}(a' ; b')$ sont colinéaires si et seulement si $\vec{v} = k\,\vec{u}$, avec k réel , ou encore :

Deux vecteurs $\vec{u}(a ; b)$ et $\vec{v}(a' ; b')$ sont colinéaires si et seulement si $ab' - ba' = 0$ (déterminant nul).

Tout point $M(x ; y)$ de la droite D doit vérifier $\overrightarrow{AM} = k\,\vec{u}$, soit $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ colinéaires.

$\overrightarrow{AM}(x - 1 ; y - 2)$ et $\vec{u}(1 ; -1)$ colinéaires $\Leftrightarrow ab' - ba' = 0 \Leftrightarrow (-1)(x - 1) - 1(y - 2) = 0 \Leftrightarrow -x - y + 3 = 0$.

On retrouve l'équation cartésienne $D : x + y - 3 = 0$.

b) Déterminer le point d'intersection de la droite D avec l'axe des abscisses $x'x$.

$M(x ; y) \in D \cap x'x \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3 = 0 \text{ car } M \text{ appartient à } D \\ y = 0 \text{ car } M \text{ appartient à } x'x \end{cases}$, soit $x + 0 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = +3$.

On déduit que $D \cap x'x = \{B(3 ; 0)\}$.