Soit dans un repère orthonormé $(O\,,\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,)$, et la droite D d'équation cartésienne $x + y + 2 = 0$.

a) Déterminer les coordonnées du point A de la droite D, d'ordonnée $y = -3$.

$A(x_A\,;\,-3) \in D \iff x_A + y_A + 2 = 0 \iff x_A - 3 + 2 = 0 \iff x_A = +1$.

On déduit : $A(1\,;\,-3)$.

b) Donner une équation cartésienne de la droite D' passant par A, perpendiculaire à D .

1ère méthode :

On sait que la droite $ax + by + c = 0$ admet $\vec{u}(-b\,;\,a)$ pour *vecteur directeur* et $\vec{n}(a\,;\,b)$ pour *vecteur normal*.

La droite $D : x + y + 2 = 0$ admet $\vec{u}(-1\,;\,1)$ pour vecteur directeur et $\vec{n}(1\,;\,1)$ pour vecteur normal, c'est à dire perpendiculaire.

La droite $D' : a'x + b'y + c' = 0$ cherchée admet donc $\vec{n}(1\,;\,1)$ pour vecteur directeur, soit $\begin{cases} -b' = a = 1 \\ a' = b = 1 \end{cases}$.

On déduit $\begin{cases} a' = 1 \\ b' = -1 \end{cases}$, soit $D' : x - y + c' = 0$.

Imposons $A(1\,;\,-3) \in D'$, soit $1 - (-3) + c' = 0 \iff c' = -4$.

En conclusion, D' admet $x - y - 4 = 0$ pour équation cartésienne.

2ème méthode :

La droite $D : x + y + 2 = 0$ admet $\vec{u}(-1\,;\,1)$ pour vecteur directeur.

Comme D' est perpendiculaire à D en $A(1\,;\,-3)$, on déduit que tout point $M(x\,;\,y)$ de D' vérifie $\overrightarrow{AM} \perp \vec{u}$, soit encore $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0$ (produit scalaire $aa' + bb' = 0$), avec $\overrightarrow{AM}(x_M - x_A\,;\,y_M - y_A) = (x - 1\,;\,y + 3)$.

$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \iff aa' + bb' = 0 \iff -1(x - 1) + 1(y + 3) = 0 \iff -x + y + 4 = 0$.

On retrouve bien $D' : x - y - 4 = 0$.