

Soit dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les points $A(1; 1)$ et $B(5; 2)$.

Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice D du segment $[AB]$.

La médiatrice D est la perpendiculaire au segment $[AB]$ en son milieu I .

$$I \text{ milieu de } [AB] \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 5}{2} = +3 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 2}{2} = +\frac{3}{2} \end{cases}, \text{ soit } I(+3; +\frac{3}{2}).$$

Tout point $M(x; y)$ de la médiatrice D vérifie $(IM) \perp (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow aa' + bb' = 0$.

$$\overrightarrow{IM}(x_M - x_I; y_M - y_I) = (x - 3; y - \frac{3}{2}) \text{ et } \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = (4; 1).$$

$$\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow aa' + bb' = 0 \Leftrightarrow 4(x - 3) + 1(y - \frac{3}{2}) = 0 \Leftrightarrow 4x + y - \frac{27}{2} = 0.$$

D'où : $D : 8x + 2y - 27 = 0$.