Soit dans un repère orthonormé $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$, les points $A(-1\ ;\ 2)$, $B(3\ ;\ 4)$ et $C(1\ ;\ 0)$.

Déterminer une équation cartésienne de la médiane D du triangle issue du sommet C .

Une médiane est issue d'un sommet d'un triangle et passe par le milieu du côté opposé.

- C' milieu de $[AB]$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-1+3}{2} = +1 \\ y_{C'} = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2+4}{2} = +3 \end{cases}$, soit $C'(1\ ;\ 3)$.

Tout point $M(x\ ;\ y)$ de la médiane D vérifie $(\overrightarrow{CM}\ ;\ \overrightarrow{CC'})$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $ab' - ba' = 0$.

$\overrightarrow{CM}(x_M - x_C\ ;\ y_M - y_C) = (x - 1\ ;\ y)$ et $\overrightarrow{CC'}(x_{C'} - x_C\ ;\ y_{C'} - y_C) = (0\ ;\ 3)$.

On peut remarquer que $\overrightarrow{CC'} = 3\vec{j}$, donc est un vecteur vertical.

$(\overrightarrow{CM}\ ;\ \overrightarrow{CC'})$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $ab' - ba' = 0$ $\Leftrightarrow$ $3(x-1) - 0y = 0$ $\Leftrightarrow$ $x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow$ $x = +1$.

La médiane D est verticale d'équation cartésienne $D : x = +1$.

<u>Remarque</u> : Le *centre de gravité* G du triangle ABC , point de concours commun aux trois médiane de ce triangle, et situé au $\dfrac{1}{3}$ de cette médiane en partant de sa base C' , donc aux $\dfrac{2}{3}$ en partant de son sommet C .

$\overrightarrow{CG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CC'} = \dfrac{2}{3}(3\vec{j}) = 2\vec{j}$, soit $\begin{cases} x_G - x_C = 0 \\ y_G - y_C = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} x_G = x_C = 1 \\ y_G = y_C + 2 = +2 \end{cases}$, soit $G(0\ ;\ 2)$.