Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2).e^{-x}$ **.**

On sait $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = \dfrac{1}{\lim\limits_{x \to +\infty} e^x} = 0$.

Le produit est en forme indéterminée $0 \times \infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2)e^{-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} (e^{-x}) - \lim\limits_{x \to +\infty} (x^2e^{-x}) = -\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2e^{-x})$, puisque $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^{-x}) = 0$.

Soit $X = \dfrac{x}{2}$, avec $\lim\limits_{x \to +\infty} X = +\infty$.

$x^2e^{-x} = (x.e^{-x/2})^2 \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} (x^2e^{-x}) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2}{e^x} = \dfrac{1}{\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^2}} = \dfrac{1}{\left[\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{x/2}}{x}\right]^2} = \dfrac{1}{\left[\lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{e^X}{2X}\right]^2} = \dfrac{4}{\left[\lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{e^X}{X}\right]^2}$.

Sachant $\lim\limits_{X \to +\infty} \dfrac{e^X}{X} = +\infty$, on déduit $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2e^{-x}) = 0$, et $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x^2).e^{-x} = 0$.

Il est plus commode de savoir qu'en cas d'indétermination aux bornes du domaine de définition, e^x « l'emporte » *sur toute puissance positive de* x *, d'où :* $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$.