Soit un repère orthonormé $R\,(O, I, J)$ et les points $A\,(-3\,;+3)$, $B\,(-4\,;-1)$ et $C\,(+1\,;-4)$.

a) Déterminer les coordonnées du milieu I de $[AC]$.

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-3+1}{2} = -1 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{3+(-4)}{2} = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \text{, soit } I\left(-1\,;-\frac{1}{2}\right).$$

b) Déterminer les coordonnées de D pour que le quadrilatère $(ABCD)$ soit un parallélogramme.

1ère méthode : Les deux diagonales ont même milieu I .

D vérifie $\overrightarrow{BD} = 2\,\overrightarrow{BI}$, soit $\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} x_I - x_B \\ y_I - y_B \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_D + 4 \\ y_D + 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$,

$\begin{cases} x_D + 4 = 6 \Leftrightarrow x_D = +2 \\ y_D + 1 = 1 \Leftrightarrow y_D = 0 \end{cases}$. On déduit $D(+2\,;0)$.

2ème méthode : D vérifie $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$, soit $\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_D - 1 \\ y_D + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$,

$\begin{cases} x_D - 1 = 1 \Leftrightarrow x_D = +2 \\ y_D + 4 = 4 \Leftrightarrow y_D = 0 \end{cases}$. On déduit $D(+2\,;0)$.