

Résoudre sans \mathbb{R} : $\begin{cases} e^{x+1} - e^y = 5e \\ 2e^x + 3e^{y-1} = -5 \end{cases}$.

$$\begin{cases} e^{x+1} - e^y = 5e \\ 2e^x + 3e^{y-1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x+1} - e^y = 5e \\ 2e^{x+1} + 3e^y = -5e \end{cases} \text{ en multipliant la seconde ligne par } e .$$

Posons $X = e^{x+1}$ et $Y = e^y$.

$$\begin{cases} X - Y = 5e \\ 2X + 3Y = -5e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X - 3Y = 15e \\ 2X + 3Y = -5e \end{cases} , \text{ d'où : } 3X = 10e \text{ après addition des deux lignes.}$$

$$X = \frac{10}{3}e \text{ reporté dans } X - Y = 5e \Leftrightarrow Y = X - 5e \Leftrightarrow Y = \frac{10}{3}e - \frac{15}{3}e = -\frac{5}{3}e .$$

$$(X; Y) = \left(\frac{10}{3}e; -\frac{5}{3}e\right) \Leftrightarrow (e^{x+1}; e^y) = \left(\frac{10}{3}e; -\frac{5}{3}e\right) !!!! \text{ On remarque que } e^y = -\frac{5}{3}e < 0 \text{ est impossible.}$$

$$S = \emptyset .$$

On pouvait d'entrée remarquer que $2e^x + 3e^{y-1} = -5$ était impossible, la somme des exponentielles ne pouvant qu'être positive.